Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра электрофизических установок и ускорителей

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Теория электромагнитного поля», 5 семестр

1. Методика оценки

Выполнение контрольной работы является формой текущей аттестации (контроля) по дисциплине, предусмотренной учебным планом.

Задачи имеют разную степень сложности. Для решения некоторых задач достаточно использовать готовую формулу, выведенную на лекции. Такие задачи имеют своей целью дать почувствовать характерный масштаб величин. Некоторые задачи требуют ощутимых усилий. Эти задачи весьма важны для практического овладения навыками инженерных расчетов. Некоторые задачи взаимосвязаны (для решения одной задачи следует сначала решить предыдущую).

При решении задач обязательно следует использовать обозначения, приведенные в условии задачи и в указаниях к решению. Если необходимо ввести дополнительные величины, то их обозначения должны быть общепринятыми. Если в указаниях к решению содержатся дополнительные вопросы, то на них тоже нужно дать ответы.

Практически любую задачу в принципе можно решить различными способами. Однако следует решать тем способом, который предлагается в указаниях к решению, чтобы продемонстрировать понимание именно предложенного способа решения.

Номер индивидуального задания определяется по порядковому номеру фамилии студента в списке группы. Изменение варианта задания возможно только по согласованию с преподавателем.

Количество заданий достаточно для обеспечения, каждого обучающегося заданием контрольной работы.

Структура контрольной работы:

1. Титульный лист (см. приложение)
2. Основная часть (задание контрольной работы).
3. Решение.

Основная часть – это ответ задание контрольной работы. Он должен быть самостоятельным, развернутым и аргументированным. При необходимости основная часть может быть разбита на более мелкие вопросы.

Решение - это изложение хода решения представленной задачи.

Рекомендуется излагать мысли по существу, кратко и логично.

Требования к оформлению:

Каждую задачу следует оформлять на отдельном листе. На листе должна быть указана фамилия студента (идентификация автора по почерку не производится)! Должно быть кратко сформулировано условие, указаны используемые обозначения (переменные). Пояснен ход решения. Численный ответ должен быть приведен с указанием размерности.

Не принимаются задачи, оформленные в стиле страниц MathCAD и других подобных программ, содержащих формулы вида $E_0 := E_PROB \cdot \frac{eps_air + 2 \cdot eps_oil}{3 \cdot eps_oil}$. Задачи могут быть оформлены с помощью компьютерных программ и распечатаны на принтере, но содержащиеся в распечатке формулы должны иметь только общепринятый вид $E_0 = E_{проб} \cdot \frac{\varepsilon_{возд} + 2 \cdot \varepsilon_{масл}}{3 \cdot \varepsilon_{возд}}$.Контрольная работа предоставляется для проверки в

электронном виде в срок, установленный преподавателем. При положительном результате оценивания контрольной работы студент её распечатывает, передает на кафедру и защищает до сессии в назначенное преподавателем время. По результатам защиты студенту выставляется оценка в соответствии с критериями, приведенными в п. 2 настоящего Паспорта.

Контрольная работа проводится по теме Электростатика, включает 1 задание по вариантам. Выполняется письменно.

1. **Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций**

Общие правила выставления оценок текущей аттестации определяются балльно-рейтинговой системой, установленной локальным актом НГТУ.

Контрольная работа выполнена **на продвинутом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям. Все части контрольной работы согласованы, текст логично выстроен и является авторским. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 70 до 80 баллов*.

Контрольная работа выполнена **на базовом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям, но работа содержит единичные не принципиальные ошибки, исправленные после замечаний преподавателя. Все части контрольной работы согласованы, текст логично выстроен и является авторским. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 55 до 69 баллов*.

Контрольная работа выполнена **на пороговом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям, но работа содержит ошибки, неоднократно исправляемые после замечаний преподавателя. Части контрольной работы в целом согласованы. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит пробелы. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 40 до 55 баллов*.

Контрольная работа считается **не выполненной,** если структура, содержание и оформление работы не соответствует требованиям, работа содержит существенные ошибки, не исправленные после замечаний преподавателя. Части контрольной работы не согласованы. Отсутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа не представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит множество существенных пробелов. Закрепленные за контрольной работой компетенции не сформированы. Оценка составляет *до 40 баллов*.

2. **Шкала оценки**

Контрольная работа как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем ее заданиям составляет от 40 до 80 баллов включительно.

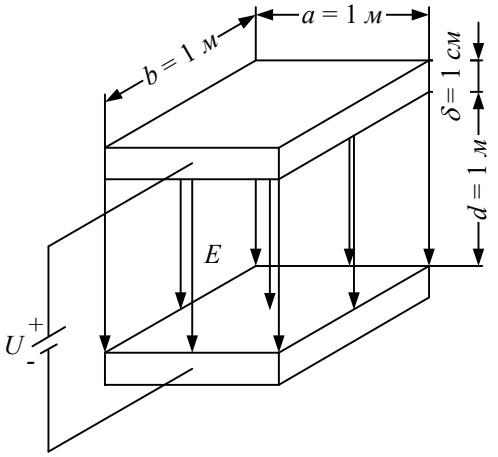
В общей оценке по дисциплине баллы за выполнение контрольной работы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы и таблицей соответствия баллов, традиционной оценки и буквенной оценки ECTS, установленными в НГТУ.

3. Примерный перечень заданий (вариантов) контрольной работы

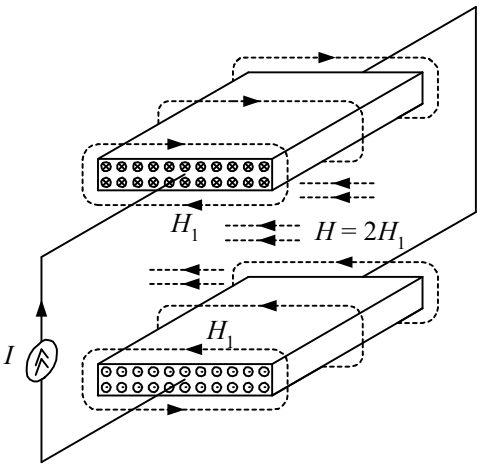
Задача 1.1.

Вычислить, какую максимальную энергию можно запасти в одном кубическом метре пространства w $[Дж/м^3]$ в вакууме $(\varepsilon = 1,\ \mu = 1)$ между двумя медными пластинами и какое давление будет действовать на поверхность пластин p $[Па]$ (записать результат также и в $[атм]$, $1\ атм = 1.01325 \cdot 10^5\ Па$), при условии, что

а) между пластинами имеется только постоянное электрическое поле (пластины подключены к источнику постоянного напряжения U), максимально допустимая напряженность электрического поля в вакууме в непрерывном режиме работы составляет $E_{\max} = 100\ кВ/см$



б) по пластинам течет постоянный ток I, создающий в пространстве между пластинами магнитное поле $H = 2H_1 \underset{\delta << a}{\approx} 2 \cdot \frac{I}{2a} = \frac{I}{a}$ Максимально допустимая рассеиваемая мощность в непрерывном режиме работы составляет $P_S = 50\ Вт/см^2$ *Предполагается, что мощность отводится с одной, внешней, стороны пластины, например, с помощью установленного на ней радиатора (теплообменника). Т.о. P_S определяется (в первом приближении) эффективностью радиатора, т.е. его способностью отвести (снять) тепло. Т.е. $P_S = 50\ Вт$ на $1\ см^2$ поверхности, с которой идет теплосъем, $S = ab$.*

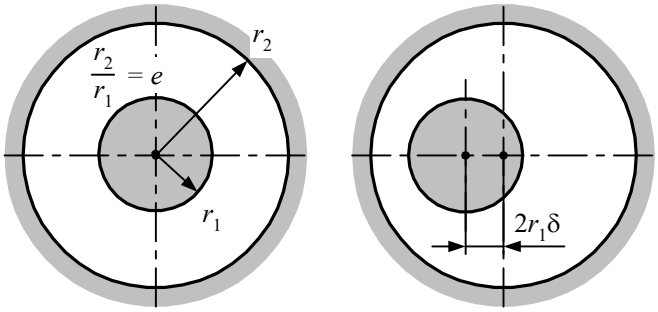


$P_S = \frac{P}{S} = \frac{I^2 R}{ab} = \frac{(Ha)^2 \frac{1}{\sigma}\frac{b}{a\delta}}{ab} = \frac{H^2}{\sigma\delta}$. Удельная электропроводность меди $\sigma = 5.8 \cdot 10^7\ 1/Ом \cdot м$.

В обоих случаях при расчете полей пренебречь краевыми эффектами и считать, что поля между пластинами – однородные!

Задача 1.2.

Дана воздушная $(\varepsilon = 1)$ коаксиальная линия, оптимальная по электрической прочности. На сколько процентов изменятся ее погонная емкость и электрическая прочность, если внутренний проводник не соосен с наружным на 10% своего диаметра? На 50%? Чему равны $(в\ [пФ/м])$ погонные емкости соосной (C_0) и несоосной (C) линий?

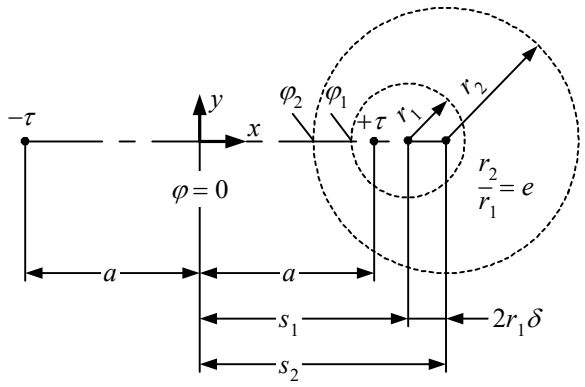


Электрическая прочность в данной задаче есть максимально допустимое напряжение U между проводниками (т.е. такое напряжение, при котором напряженность электрического поля в той точке, где она максимальна, достигает величины, при которой начинается пробой $E_{\max} = E_{проб}$).

а) $\delta = 0.1$
б) $\delta = 0.5$

	Соосная линия	Несоосная линия	Относительное изменение
Погонная емкость	C_0, $[n\Phi / м] = ?$	C, $[n\Phi / м] = ?$	$\frac{C - C_0}{C_0} \cdot 100\% = ?$
Максимально допустимое напряжение	$U_0 \Big\vert E_{\max} = E_{проб}$	$U \Big\vert E_{\max} = E_{проб}$	$\frac{U - U_0}{U_0} \cdot 100\% = ?$
$E = \max$ *на внутреннем проводнике:*	*в любой точке его поверхности*	*в точке, ближайшей к внешнему проводнику*	

Указания к решению.



Задача сводится к задаче о поле двух заряженных нитей $-\tau$ и $+\tau$. ***Если положение нитей выбрано так, что поверхности проводников совпадают с эквипотенциалями, то электрическое поле нитей в области между проводниками коаксиальной линии совпадает с полем реальной коаксиальной линии.*** Определить a, s_1 и s_2 из системы уравнений:

$$\begin{cases} s_1^2 - a^2 = r_1^2 \\ s_2^2 - a^2 = r_2^2 \\ s_2 - s_1 = 2r_1\delta \end{cases}$$

$a / r_1 = ?$, $s_1 / r_1 = ?$ и $s_2 / r_1 = ?$.

<u>Емкость линии и ее относительное изменение.</u>

Емкость определяется по формуле $C = \dfrac{\tau}{\varphi_1 - \varphi_2}$

Разность потенциалов проводников проще всего определить в тех точках на поверхности проводников, которые лежат на оси x

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{a + (s_1 - r_1)}{a - (s_1 - r_1)} - \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{a + (s_2 - r_2)}{a - (s_2 - r_2)} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\{...\}$$

Тогда емкость $C = \dfrac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln\{...\}}$

Относительное изменение емкости $\dfrac{C - C_0}{C_0} = \dfrac{C}{C_0} - 1 = \dfrac{1}{\ln\{...\}} - 1$

<u>Относительное изменение электрической прочности.</u> (В каждом случае мысленно подключаем линию к регулируемому источнику напряжения, повышаем напряжение до тех пор, пока в какой-нибудь точке напряженность поля не достигнет предельного значения и не произойдет пробой – это и есть максимально допустимое напряжение.)

В случае несмещенной коаксиальной линии напряженность электрического поля максимальна на поверхности внутреннего проводника

$$E_{\max\ 0} = \frac{\tau_0}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{1}{r_1},$$ где $\tau_0 = C_0 U_0$

При смещении внутреннего проводника напряженность электрического поля, очевидно, максимальна в той точке на поверхности внутреннего проводника, которая находится ближе всего к внешнему проводнику

$$E_{\max} = E_1\big(x = s_1 - r_1, y = 0\big) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a - (s_1 - r_1)} + \frac{1}{a + (s_1 - r_1)}\right),$$ где $\tau = C\,U$

Мы хотим иметь $$E_{\max} = E_{\max\ 0} \Leftrightarrow CU \cdot (...) = C_0 U_0 \frac{1}{r_1} \Rightarrow \frac{U}{U_0} = \frac{C_0}{C} \cdot \frac{(...)}{r_1} \Rightarrow \frac{U - U_0}{U_0} = ?$$

Замечание: очевидно, что при этом заряды τ и τ_0 не одинаковы!

Ответ дать в виде таблицы:

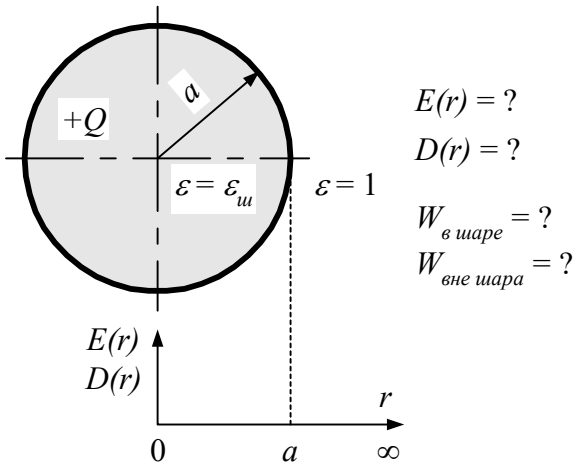
δ	r_2 / r_1	s_1 / r_1	s_2 / r_1	a / r_1	C_0, $[n\Phi / м]$	C, $[n\Phi / м]$	$\frac{\Delta C}{C_0} \cdot 100\%$	$\frac{\Delta U}{U_0} \cdot 100\%$
0.1	e							
0.5								

Задача 1.3.

Дан диэлектрический шар радиуса a, имеющий относительную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_ш$. Шар заряжен. Полный заряд шара $+Q$ равномерно распределен по объему шара. Относительная диэлектрическая проницаемость окружающего пространства равна 1.

Найти зависимости напряженности и электрической индукции поля шара от расстояния до центра. Отдельно рассмотреть поля внутри и снаружи шара. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$, $r = 0 \ldots a \ldots \infty$

Вычислить энергию, запасенную в электрическом поле внутри и снаружи шара. Сравнить полученные величины (вычислить отношение $W_{в\ шаре} / W_{вне\ шара}$).



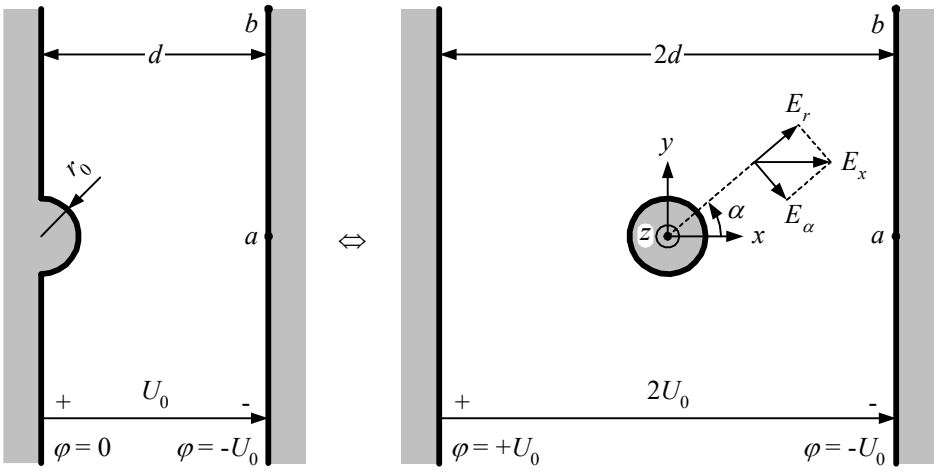
Указания к решению: Использовать теорему Гаусса. Проверить решение на соответствие граничным условиям!

Задача 1.4.

В одной из двух параллельных металлических плоскостей имеется цилиндрическая выпуклость. Какое напряжение (U_0 *в* [*кВ*]) выдержит такой конденсатор, если допустимая напряженность поля составляет $E_{max} = 100$ *кВ / см*? Расстояние между плоскостями $d = 0.5$ *м*, радиус выпуклости $r_0 = 10$ *см*. Оценить погрешность расчета.

Указания к решению:

Очевидно, что полуцилиндр можно зеркально отобразить относительно проводящей плоскости и рассматривать задачу о цилиндре между двумя параллельными плоскостями.



Более того, если диаметр цилиндра гораздо меньше расстояния между плоскостями, то задача сводится к задаче о проводящем цилиндре в однородном поле, которая легко решается. Суммарное поле есть суперпозиция однородного поля и поля проводящего цилиндра $\varphi_\Sigma = \varphi_0 + \varphi$ (*Фактически, мы здесь предполагаем, что свободные заряды в проводнике под действием внешнего поля перераспределяются, дополнительно создавая свое собственное поле.*)

Напряженность однородного поля $\vec{E}_0 = E_0\vec{x}_0 = E_0\left(\vec{r}_0\cos\alpha - \vec{\alpha}_0\sin\alpha\right)$, потенциал $\varphi_0 = -E_0 x + C_0 = -E_0 r\cos\alpha + C_0$.

Потенциал поля цилиндра φ можно найти, решив уравнение Лапласа в цилиндрической системе координат методом разделения переменных. Ясно, что $\varphi = \varphi(r, \alpha)$, от z потенциал не зависит.

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} = 0 \to \varphi(r,\alpha) = R(r)A(\alpha) \to \underbrace{\frac{r^2}{R}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right)}_{=n^2} + \underbrace{\frac{1}{A}\frac{d^2A}{d\alpha^2}}_{=-n^2} = 0$$

$$\frac{d^2A}{d\alpha^2} + n^2A = 0 \qquad \to\ A = A_1\cos n\alpha + A_2\sin n\alpha \quad \text{т.к. } A(\alpha) = A(\alpha + 2\pi), \text{ то } n = 0, 1, 2\ \ldots$$

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr} - \frac{n^2}{r^2}R = 0 \ \to\ R = R_1r^n + R_2r^{-n}$$

$\varphi = (R_1r^n + R_2r^{-n})\ (A_1\cos n\alpha + A_2\sin n\alpha) + C_1$. $\varphi(r = \infty) :\neq \infty$ (т.е. собственное поле цилиндра на больших расстояниях не возмущает внешнее поле) $\Rightarrow R_1 = 0 \Rightarrow\ \varphi_\Sigma = -E_0 r\cos\alpha + \frac{R_2}{r^n}(A_1\cos n\alpha + A_2\sin n\alpha) + \underbrace{C}_{C_0+C_1}$

На поверхности цилиндра $\varphi_\Sigma\,(r = r_0) = \text{const}\ \ \forall\ \ \alpha\ \Rightarrow\ \varphi$ и φ_0 должны зависеть от α одинаковым образом

$\Rightarrow\ \ A_2 = 0,\ \ n = 1 \Rightarrow\ \ \varphi_\Sigma = -E_0 r\cos\alpha + \underbrace{\frac{D}{r}}_{\frac{R_2A_1}{r}}\cos\alpha + C$. Видно, что $\varphi_\Sigma\,(r = r_0) = \text{const} = C\ \forall\ \alpha$ если $D = E_0r_0^2 \Rightarrow$

$$\boxed{\varphi_\Sigma = -E_0\left(r - \frac{r_0^2}{r}\right)\cos\alpha + C} \leftarrow E_0 = \frac{U_0}{d}$$

Замечание. Можно рассуждать и по-другому.

Ясно, что поле симметрично относительно плоскости xz $(y = 0)$. Значит, на этой плоскости отсутствует азимутальная составляющая поля $E_\alpha(y = 0) = E_\alpha(\alpha = 0, \pi) = 0 = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}$. Следовательно, мы должны выбрать $\mathrm{E}_\alpha(\alpha) \propto \sin \Rightarrow \varphi(\alpha) \propto \cos$. (Другими словами, симметрия поля означает то, что для любого заданного r $\varphi(\alpha) = \varphi(-\alpha)$; это сразу приводит к тому, что мы должны оставить лишь четную функцию cos)

Ясно, что поле симметрично и относительно плоскости yz $(x = 0)$ (конечно, только по абсолютной величине). Потенциал плоскости yz, которая, очевидно, является эквипотенциальной, положим равным 0. Тогда для любого заданного r $\varphi(\pi/2 + \alpha) = -\varphi(\pi/2 - \alpha)$, т.е. потенциал – нечетная функция относительно плоскости yz $(x = 0)$. Формально отсюда следует лишь, что n – нечетное. С другой стороны интуитивно понятно, что слева от плоскости yz $(x = 0)$ потенциал $\varphi > 0$, а справа $-\varphi < 0$. Причем в каждой из этих областей φ не меняет знак. Значит, зависимость потенциала от $\varphi(\alpha)$ не может содержать кратных углов $n\alpha$. Следовательно, $n = 1$.

Можно и не разделять поле с самого начала на внешнее поле и собственное поле цилиндра, а просто искать решение уравнения Лапласа $\nabla^2\varphi_\Sigma = 0$ ***с дополнительным граничным условием*** $\varphi_\Sigma\,(r \to \infty) = \varphi_0 = -E_0\,r\cos\alpha + C_0$***. Тогда сразу ясно, что*** $\varphi_\Sigma\,(\alpha) \propto \cos,\ n = 1$

Зная потенциал, легко найти поле $\vec{E}(r,\alpha) = -grad\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{r}_0 - \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\vec{\alpha}_0 = ?$ (записать выражения для компонент E_r и E_α). Где на поверхности цилиндра находится точка, в которой напряженность поля достигает максимального значения ($r = r_0,\ \alpha = ?$) Чему равно отношение $E_{\max} / E_0 = ?$

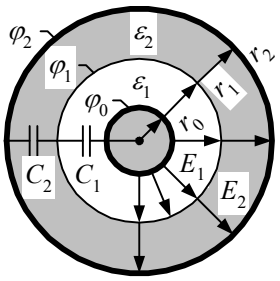
Погрешность расчета:

Если эквипотенциали найденного поля точно совпадают с поверхностью электродов, то модель выбрана правильно. Для того, чтобы оценить, какова величина ошибки решения, достаточно определить насколько плоский электрод отличается от эквипотенциали. Для этого следует вычислить потенциал в 2-х точках на поверхности электрода: напротив выпуклости (точка a) и на большом расстоянии от выпуклости, где поле однородно (точка $b \to \infty \Leftrightarrow \alpha \to \pi/2,\ r = d/\cos\alpha \to \infty$) Очевидно, что $\varphi_b = -U_0$. Потенциал в точке a есть $\varphi_a = \varphi_\Sigma(r = d,\ \alpha = 0)$.

$$\frac{\varphi_a - \varphi_b}{\varphi_b} \cdot 100\% = \frac{\varphi_a + U_0}{-U_0} \cdot 100\% = \left(-\frac{\varphi_a}{U_0} - 1 \right) \cdot 100\% = ?$$

Задача 1.5

Определите погонную емкость $C\,[n\Phi / м]$ и допустимое напряжение $U = \varphi_2 - \varphi_0\,[кВ]$ между проводниками двухслойной коаксиальной линии. Диаметр внутреннего проводника $d_0 = 2r_0 = 1\ мм$. Диаметр наружного $d_2 = 2r_2 = 50\ мм$. $\varepsilon_1 = 1$ (воздух), $\varepsilon_2 = 10$ (высокоглиноземистая керамика - 99.5% Al_2O_3). Диаметр воздушного цилиндра (граница раздела) $d_1 = 2r_1 = 3\ мм$. ***Ограничение по электрической прочности воздуха (т.е. мы заранее предполагаем, что пробой произойдет в воздухе, а не в керамике).***



Считать допустимой напряженность поля в воздухе $E_{доп} = 10\ кВ / см$ (*т.е.* $E_{1\,\max} = E_{доп}$).

Указания к решению:

Емкости C_1 и C_2 соединены последовательно $\Rightarrow C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$$U = \varphi_2 - \varphi_0 = (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_1 - \varphi_0) = \frac{\tau_{доп}}{2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{\tau_{доп}}{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \ln\frac{r_1}{r_0} \qquad \leftarrow \tau_{доп} \leftarrow \qquad E(r_0) = \frac{\tau_{доп}}{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_0 r_0} = E_{доп}$$